

Analiza 1, 1. izpit, 28. 1. 2026

S podpisom potrjujem, da sem izpit reševal/-a samostojno in brez uporabe nedovoljenih pripomočkov.

--	--	--	--	--

1 2 3 4 Σ

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

Ime in priimek

Podpis

Čas pisanja je 90 minut. Doseči je možno 100 točk in 8 dodatnih točk. Uporabljate lahko pisalo, geometrijske pripomočke in en list formata A4 z zapiski, ki ga na koncu oddate skupaj z izpitom. Želim vam veliko uspeha!

Naloga 1 [25 točk]

V množici $\mathbb{C}$ rešite enačbo $z^6 - 7iz^3 + 8 = 0$ ter skicirajte rešitve v kompleksni ravnini.

Naloga 2 [30 točk]

Zaporedje je podano z začetnim členom $a_1 = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ in z rekurzivno zvezo $a_{n+1} = 2 + \sqrt{2a_n}$, $n \in \mathbb{N}$.
(Predpostavimo lahko, da velja $a_n \geq 0$ za vsak $n \in \mathbb{N}$.)

- (a) [10 točk] Dokažite, da je a_1 iracionalno število.
- (b) [12 točk] Dokažite, da je zaporedje monotono.
- (c) [8 točk] Izračunajte limito zaporedja.

Naloga 3 [22 točk]

Dana je vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(-1)^n}{n(n+2)}$.

(a) [6 točk] Za vsako od spodnjih trditev določite, ali drži (obkrožite DA) ali ne (obkrožite NE).
Odgovore na kratko utemeljite.

- Dana vrsta je alternirajoča vrsta. DA NE

- Absolutno konvergenco dane vrste lahko preverimo z Leibnizovim kriterijem. DA NE

- Če konvergira vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(n+1)(-1)^n}{n(n+2)} \right|$, potem konvergira tudi vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(-1)^n}{n(n+2)}$. DA NE

- Ker je $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^n(n+1)}{n(n+2)} \right| = 0$, dana vrsta konvergira absolutno. DA NE

(b) [16 točk] Obravnavajte absolutno in pogojno konvergenco dane vrste.

Naloga 4 [23 točk]

Naj bosta $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ in $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkciji podani s predpisoma:

$$f(x) = -4|x - 1| + 2 \qquad g(x) = \begin{cases} -1: & x \in (-\infty, 0) \\ ax + b: & x \in [0, 2] \\ 2 \cos(\frac{\pi}{2}x): & x \in (2, \infty) \end{cases}$$

- (a) [8 točk] Za katera realna števila zavzame funkcija f nenegativne vrednosti? Rešitev zapišite s pomočjo intervalov.
- (b) [15 točk] Določite konstanti a in b tako, da bo funkcija g zvezna povsod.
- (c) [8 dodatnih točk] Ali je funkcija $g \circ f$ zvezna, če za konstanti a in b uporabite vrednosti, ki ste ju izračunali pri nalogi (b)? Odgovor utemeljite.