

**Analiza 1**, 3. izpit, 29. 6. 2026

S podpisom potrjujem, da sem izpit reševal/-a samostojno in brez uporabe nedovoljenih pripomočkov.

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|

|   |   |   |   |          |
|---|---|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|----------|

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Vpisna številka

Ime in priimek

Podpis

Čas pisanja je 90 minut. Doseči je možno 100 točk in 8 dodatnih točk. Uporabljate lahko pisalo, geometrijske pripomočke in en list formata A4 z zapiski, ki ga na koncu oddate skupaj z izpitom. Želim vam veliko uspeha!

**Naloga 1 [25 točk]**

Dano je kompleksno število  $w = \frac{5-\sqrt{3}i}{2+\sqrt{3}i}$ .

- (a) [7 točk] Poiščite realni in imaginarni del kompleksnega števila  $w$ .
- (b) [7 točk] Zapišite kompleksno število  $w$  v polarnem zapisu.
- (c) [11 točk] Rešite enačbo  $z^5 = w$  ter opišite kakšna je geometrijska interpretacija rešitev.

## Naloga 2 [25 točk]

Izračunajte limiti zaporedij podanih s splošnima členoma

(a) [12 točk]  $a_n = \sqrt{n^2 + 3n} - \sqrt{n^2 - n},$

(b) [13 točk]  $b_n = \frac{1}{n\sqrt{n^4+1}} + \frac{1}{n\sqrt{n^4+2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n^4+2026n^3}}.$

### Naloga 3 [30 točk]

- (a) [15 točk] Izračunajte vsoto vrste  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+5n+6}$ .
- (b) [15 točk] Naj bo  $a \in \mathbb{R}$ . Obravnavajte konvergenco vrste  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+a}{n+1}\right)^{n^2+n}$ .

## Naloga 4 [20 točk + 8 dodatnih točk]

Dani sta funkciji  $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$  in  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisoma

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{1}{2}x^2}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2: & x \leq \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}x + 1: & x > \sqrt{2}/2 \end{cases}.$$

- (a) [6 točk] Določite (maksimalno) definicijsko območje  $D_f$  funkcije  $f$ .
- (b) [14 točk] Narišite graf funkcije  $g$  ter določite katere izmed spodnjih trditev držijo (obkrožite DA) in katere ne držijo (obkrožite NE). Vsako izbiro na kratko utemeljite.
- Funkcija  $g$  je injektivna. DA      NE
  
  - Funkcija  $g$  je zvezna. DA      NE
  
  - Zaloga vrednosti funkcije  $f$  je  $[0, 1]$ . DA      NE
  
  - Preslikava  $f \circ g$  je definirana na  $\mathbb{R}$ . DA      NE
  
  - Preslikava  $g \circ f$  je definirana na  $D_f$ . DA      NE
- (c) [8 dodatnih točk] Dokazite, da je funkcija  $g$  surjektivna.