

1	2	3	4	Σ

Vpisna številka							

Ime in priimek

Čas pisanja je 90 minut. Doseči je možno 50 točk. Uporabljate lahko pisalo in en list formata A4 z zapiski, ki ga na koncu oddate skupaj s kolokvijem. Želim vam veliko uspeha!

Naloga 1 [12 točk]

- (a) [10 točk] Naj bo $a \geq -1$ realno število. Dokažite, da za vsa naravna števila $n \in \mathbb{N}$ velja $(1 + a)^n \geq 1 + n \cdot a$. Vsak korak natančno utemeljite.

Let $a \geq -1$ be a real number. Prove that $(1 + a)^n \geq 1 + n \cdot a$ for every natural number $n \in \mathbb{N}$. Explain each step in detail.

- (b) [2 točki] Ali neenakost velja tudi za $a < -1$? Odgovor utemeljite.

Does the above inequality hold for $a < -1$? Justify your answer.

Naloga 2 [11 točk]

V množici realnih števil poiščite vse rešitve neenačbe $|x^2 - x| - |x| < 8$ in jih zapišite s pomočjo intervalov.

Solve the inequality $|x^2 - x| - |x| < 8$ in the set of real numbers and express the solution using intervals.

Naloga 3 [11 točk]

- (a) [8 točk] V množici $\mathbb{C}$ rešite enačbo $z^3 = -2 + 2i$. (Rešitve lahko pustite v polarnem zapisu.)

Solve the equation $z^3 = -2 + 2i$ in the set $\mathbb{C}$. (The solutions can be left in polar form.)

- (b) [3 točke] Opišite kakšna je geometrijska interpretacija rešitev ter skicirajte rešitve v kompleksni ravnini.

Describe the geometric interpretation of the solutions and sketch the solutions in the complex plane.

Naloga 4 [16 točk]

Dano je zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ s splošnim členom $a_n = \frac{2n-3}{n}$.

The sequence $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is given by the general term $a_n = \frac{2n-3}{n}$.

- (a) [3 točke] Zapišite člene a_1, a_2, a_3, a_{10} in dokažite, da je zaporedje monotono.

Write the terms a_1, a_2, a_3, a_{10} and prove that the sequence is monotone.

- (b) [4 točki] Dokažite, da je zaporedje omejeno.

Prove that the sequence is bounded.

- (c) [7 točk] Poiščite natančno spodnjo mejo (infimum) in natančno zgornjo mejo (supremum) zaporedja. Za natančno zgornjo mejo podajte tudi dokaz po definiciji supremuma.

Find the infimum and the supremum of the sequence. Give a proof for the supremum that uses the definition of supremum.

- (d) [2 točki] Ali zaporedje konvergira? Odgovor utemeljite. Če zaporedje konvergira, poiščite njegovo limito.

Does the sequence converge? Justify your answer. If the sequence converges, find its limit.