ANALIZA 1

2.10.2026

1. ŠTEVILSKI SISTEMI
2. ŠTEVILSKA ZAPOREDJA
3. VRSTE
4. FUNKCIJE

1. ŠTEVILSKI SISTEMI

a) NARAVNA ŠTEVILA: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ lahko $+$ in $\cdot$

b) CELA ŠTEVILA: $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ lahko $+, -, \cdot$

c) RACIONALNA ŠTEVILA: $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = c \cdot b$

$\frac{a}{b}$ je okrajšan, če ?

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

OPOMBA: $L \Rightarrow D$: IZ TRDITVE L SLEDI TRDITEV D

$L \iff D$: VELJA D, ČE VELJA L IN L VELJA, ČE VELJA D

AKSIOMI ZA ŠTEVILSKI OBSEG

↓

OSNOVNE LASTNOSTI, KI JIH PRIVZAMEMO (IZ NJIH IZPELJEMO TRDITVE IN IZREKE)

AKSIOMI ZA NARAVNA ŠTEVILA (PEANOVI AKSIOMI):

1848 – 1932

P1: 1 JE NARAVNO ŠTEVILO

P2: ZA VSAKO NARAVNO ŠTEVILO $m \in \mathbb{N}$ OBSTAJA ($\exists$) NJEGOV NASLEDNIK $m^+ \ (= m+1)$

P3: IZ $m \neq n$ SLEDI $m^+ \neq n^+$

P4: ŠTEVILO 1 NI NASLEDNIK NOBENEGA NARAVNEGA ŠT.

P5: **AKSIOM MATEMATIČNE INDUKCIJE**: NAJ BO A NEKA MNOŽICA NARAVNIH ŠTEVIL, KI ZADOŠČA POGOJEMA

1.) $1 \in A$ ($\in$ "JE ELEMENT")

2.) ČE JE $n \in A \Rightarrow n^+ \in A$

POTEM JE $A = \mathbb{N}$ = MNOŽICA VSEH NARAVNIH ŠTEVIL

S pomočjo aksiomov definiramo SEŠTEVANJE v $\mathbb{N}$:

$n \in \mathbb{N} \qquad n+1 \overset{def}{=} n^+$

$$n+2 = (n+1)+1 = n^+ + 1 = (n^+)^+$$

... IN MNOŽENJE: $n \cdot m \overset{def}{=} \underbrace{n + n + \ldots + n}_{m}$

PRIMER: DOKAŽIMO GAUSSOVO FORMULO:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = S(n)$$

$$\downarrow$$

$$n + (n-1) + (n-2) + \ldots + 1 = S(n)$$

$$\underbrace{(n+1) + (n+1) + \ldots + (n+1)}_{n} = 2 \cdot S(n) \quad \Rightarrow n \cdot (n+1) = 2 \cdot S(n)$$

$$S(n) = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$\swarrow$

DOKAŽIMO Z INDUKCIJO: A JE MNOŽICA NARAVNIH ŠTEVIL ZA KATERE VELJA FORMULA:

1.) PREVERIMO: $1 \in A$ $\qquad S(1) \overset{?}{=} \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$ ✓

2.) PREVERIMO (INDUKCIJSKI) (INDUKTIVNI) KORAK:

I.P. (= INDUKCIJSKA PREDPOSTAVKA): $S(n) = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

$n \to n^+$: $S(n+1) = \underbrace{1 + 2 + \dots + n}_{\text{I.P.}} + (n+1)$

$$S(n+1) = \frac{n \cdot (n+1)}{2} + (n+1)$$

$$= (n+1)\left(\frac{n}{2} + 1\right) = (n+1)\left(\frac{n+2}{2}\right) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

PO AKSIOMU P5: $A = \mathbb{N}$.

ŠTEVILSKI AKSIOMI: NAJ BODO a, b IN c 3 POLJUBNA ŠTEVILA

AKSIOM 1: $(a+b)+c = a+(b+c) = a+b+c$ ASOCIATIVNOST SEŠTEVANJA

AKSIOM 2: $a+b = b+a$ KOMUTATIVNOST SEŠTEVANJA

AKSIOM 3: OBSTAJA NEVTRALNO ŠTEVILO 0 TAKO DA JE $(\exists:)$

$a+0 = a$ ZA VSAK $(\forall)$ a

AKSIOM 4: VSAKEMU ŠTEVILU a PRIPADA NASPROTNO ŠT. $-a$ $\ni$:

$a + (-a) = 0$

Tem aksiomom zadoščajo množice $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ $\Rightarrow$ AKSIOMI KOMUTATIVNE GRUPE.