Analiza I

Vaje 2

Naravna, racionlna in realna števila

Naloga 1. Za dane množice določi supremum, infimum, minimum in maksimum, če obstajajo.

(a) $A = \{1 + \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

(b) $B = \{x^2 - 6x \mid x > 0\}$

(c) $C = \{x \in [1, 3] \mid x$ ima v decimalnem zapisu vsaj dve trojki$\}$

Naloga 2. Naj bo n naravno število. Dokaži, da je število $\sqrt{n}$ bodisi naravno, bodisi iracionalno.

Naloga 3. Naj bo q neničelno racionalno število, $x > 0$ in y pa iracionalni števili.

(a) Dokaži, da so števila $\sqrt{x}$, $q + x$ in qx iracionalna.

(b) Ali lahko kaj podobnega povemo o številih $x + y$, xy in $\sqrt{q}$?

Naloga 4. Ali obstaja tako naravno število $n \in \mathbb{N}$, da sta $\sqrt{n}$ in $\sqrt{n + 2026}$ naravni števili?

Naloga 5. Pokaži, da

(a) $\sqrt{3} + \sqrt{13}$ ni racionalno število

(b) $\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{8}$ ni racionalno število