ČE JE n LIHO IN $x<0$, LAHKO ZAPIŠEM $x=-x$:

$$\sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{-x} = -\sqrt[n]{x}$$

DOKAZ: IDEJA: najprej dokažemo enoličnost (y, bi zadošča izreku je en sam) nato obstoj ($E \overset{def}{=} \{t \geq 0 \mid t^n < x\}$, pokažemo $E \neq \emptyset$, E je navzgor omejena, po A13 $\exists\, y = \sup E$, na koncu dokažemo $y^n = x$).

POTENCE: x^y $\quad x>0$, $x \in \mathbb{R}$ BAZA (OSNOVA)

$y \in \mathbb{R}$ POTENCA

a) $y \in \mathbb{Z}$: $\quad y = n \in \mathbb{N}$: $\quad x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n}$

$y = -n$, $n \in \mathbb{N}$: $\quad x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n = \frac{1}{x^n}$

$y = 0$: $\quad x^0 = 1$

b) $y \in \mathbb{Q}$: $\quad y = \frac{p}{q}$, $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$ $\qquad x^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{x^p} = \sqrt[q]{x^p}$

c) $y \in \mathbb{R}$: $\quad x = 1$: $\quad 1^y = 1$

$x > 1$: $\quad$ če je $y_1 < y_2$, $y_1, y_2 \in \mathbb{Q}$: $\quad x^{y_1} < x^{y_2}$

$0 < x < 1$: $\quad \frac{1}{x} > 1$, $\quad x^y = \frac{1}{\left(\frac{1}{x}\right)^y} = \left(\frac{1}{x}\right)^{-y}$

DEFINIRAJMO: $x^y \overset{def}{=} \sup\{x^r \mid r \in \mathbb{Q},\ r \leq y\}$

TAKO DEFINIRANA POTENCA (ZA POLJUBEN EKSPONENT) ZADOŠČA ZNANIM PRAVILOM:

$$x^{y_1} \cdot x^{y_2} = x^{y_1+y_2}, \qquad \left(x^{y_1}\right)^{y_2} = x^{y_1 \cdot y_2}$$

LOGARITMI 19.10.2026

IZREK: $\forall\, b \in \mathbb{R}$, $b>0$, $b \neq 1$ $\wedge$ $\forall\, x>0$ $\exists!\, y \in \mathbb{R}$, KI ZADOŠČA ENAČBI $b^y = x$.

TA y SE IMENUJE LOGARITEM ŠTEVILA x PRI BAZI (OSNOVI) b.

ZAPIS: $y = \log_b x$

ČE $b = 10$: $\log_{10} x$ DESETIŠKI LOGARITEM

$b = e \doteq 2{,}71828\ldots$ JE OSNOVA NARAVNIH LOGARITMOV

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots + \frac{1}{n!} + \ldots$$

$\log_e x = \ln x$ ← NARAVNI LOGARITEM

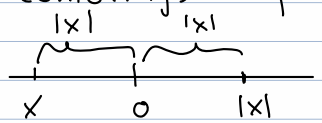
DOKAZ: podobno kot pri korenih

ABSOLUTNA VREDNOST

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{ČE JE } x \geq 0; \\ -x, & \text{ČE JE } x < 0 \end{cases}$$

$|x| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Geometrijski pomen: oddaljenost x od izhodišča



TRDITEV: (i) $|x+y| \leq |x| + |y|$ TRIKOTNIŠKA NEENAKOST

(ii) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

POSLEDICA: $|x \pm y| \geq ||x| - |y||$ OBRAT TRIKOTNIŠKE NENAKOSTI

DOKAZ:

$$|x| = |(x-y)+y| \overset{(i)}{\leq} |x-y| + |y|$$

$$\Rightarrow |x-y| \geq |x| - |y|$$

⇒ ČE NADOMESTIMO $y \Rightarrow -y$

$$|x+y| \geq |x| - |-y| = |x| - |y|$$

⇒ ZAMENJAMO VLOGO x in y: $|x \pm y| \geq |y| - |x|$

SLEDI TRDITEV. ∎

KOMPLEKSNA ŠTEVILA

ENAČBA $x^2 = -1$ NIMA NOBENE REŠITVE V OBSEGU $\mathbb{R}$

$(x^2 + 1 = 0)$

Da bi lahko rešili vse polinomske enačbe vložimo $\mathbb{R}$ v večji obseg $\mathbb{C}$.

↓

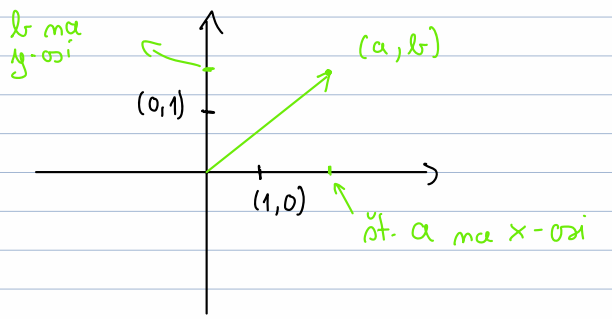
KOMPLEKSNA ŠTEVILA.

KOMPLEKSNO ŠTEVILO je po definiciji urejen par (a, b) dveh realnih števil $a, b \in \mathbb{R}$

a ... RELNA KOMPONENTA

b ... IMAGINARNA

PREDSTAVITEV: vektor v ravnini



$$\mathbb{C} = \{ x = (a, b) \mid a, b \in \mathbb{R} \}$$

Definiramo: SEŠTEVANJE: $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$

MNOŽENJE: $(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, a \cdot d + b \cdot c)$

MNOŽICA $\mathbb{C}$ S TEMA OPERACIJAMA ZADOŠČA A1 - A10

Realno število $a \in \mathbb{R}$ identificiramo s $(a, 0) \in \mathbb{C}$

$\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$: Ali se operaciji $+, \cdot$ ujemata ?

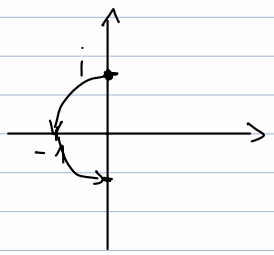
$$(a, 0) + (b, 0) = (a + b, 0) \in \mathbb{R}$$

$$(a, 0) \cdot (b, 0) = (a \cdot b, 0) \in \mathbb{R}$$

Zakaj imamo $\mathbb{C}$? $(0, 1)^2 = (-1, 0)$ ⇝ realno št. -1

$i \overset{\text{def.}}{=} (0, 1)$ TO ŠTEVILO JE IMAGINARNA ENOTA $i^2 = -1$

$(-1, 0)$



$i \cdot i$

$i^3 = -i$

$i^4 = 1$

$i^5 = i$

...