1. IZPIT - VAJA

31.5.2017

1. naloga

Analiziraj DDS na $\mathbb{R}$ dan z $f(x) = x - x^2 + a$, $a \in \mathbb{R}$ v odvisnosti od parametra a. Poišči stacionarne točke in jih analiziraj, določi bifurkacijske točke in opiši njihov tip. Ali je za $a = 1$ Juliajeva množica - če sistem pogledamo na Riemannovi sferi - povezana?

2. naloga

Napiši izrek Hartman Grobman. Ugotovi, katere stacionarne točke sistema, danega z $f(x, y) = (x - x^2 + 1, y(1 - x))$ ustrezajo izreku in jih klasificiraj. Kaj lahko poveš o dinamiki te preslikave v okolici točk, ki niso hiperbolične?

3. naloga

Napiši definicijo funkcije Ljapunova in ustrezen izrek Ljapunova. Klasificiraj stacionarne točke sistema, danega z $f(x, y) = (x + x^5 - x^3, y(1 - x)/3)$. Za nehiperbolične točke oblike (a, b) uporabi za funkcijo Ljapunova kvadrat evklidske razdalje $d^2((x, y), (a, b))$.

4. naloga

Dan je variacijski problem $\sum_{n=0}^{\infty} f(n, y, \triangle y)$, kjer je $f(n, y, \triangle y) = a^n y \triangle y, a > 0$ in $\triangle y(n) = y(n) - y(n - 1)$ pri robnem pogoju $y(-1) = 0$. Zapiši ustrezne Euler - Lagrangeve enačbe skupaj s transverzalnim pogojem in jih reši. Kaj lahko poveš o stabilnosti dobljenih rešitev?

5. naloga

Poišči fiksne točke preslikave $f(x) = -ix^2$ na Riemannovi sferi in poišči tako Moebiusovo transformacijo φ, ki preslika te fiksne točke na točke $0, 1, \infty$. Določi še ustrezno konjugirano preslikavo, ki ima $0, 1, \infty$ za fiksne točke. Kakšna je njena Juliajeva množica?

6. naloga

Določi privlačnostne zanke za polinome $z + z^2$, $z - z^2$, $z + z^4$, $-z + z^4$. Določi fiksne točke, periodične točke, določi njihov tip in območja privlačnosti fiksnih in periodičnih točk za $f(z) = Cz^d$ in $f(z) = Cz^{-d}$. Določi vse mogoče Juliajeve množice za Moebiusove transformacije. Naj bo f racionalna preslikava na Riemannovi sferi stopnje d. Dokaži, da je število kritičnih točk, štetih z večkratnostjo, $2d - 2$.